

Quelques simulations 2D pour la volcanologie

Jordane MATHÉ

thèse ClerVolc avec Laurent CHUPIN (maths) et Karim KELFOUN (LMV)

Laboratoire de Maths & Laboratoire Magmas et Volcans

28 mai 2015





1 Problème de volcanologie

2 Stratégie numérique

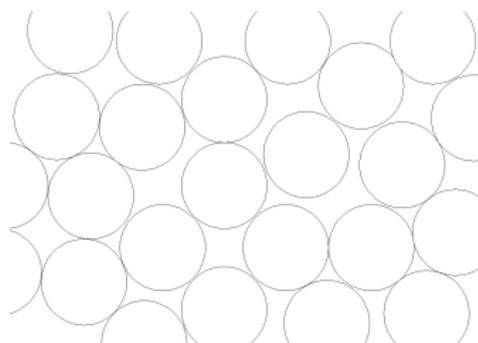
3 Challenges

1 Problème de volcanologie



Expériences en laboratoire

Zoom dans la colonne granulaire →

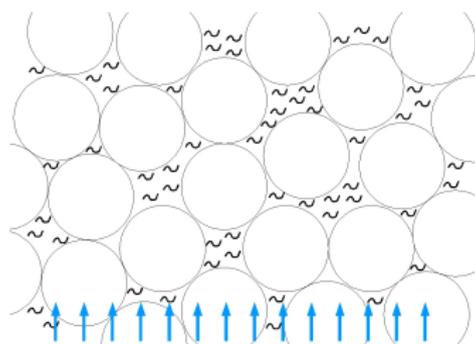


O. ROCHE, LMV.

Expériences en laboratoire

Zoom dans la colonne granulaire →

Fluidisation :
injection de **gaz**
à travers
une plaque poreuse.



O. ROCHE, LMV.

Équations du modèle

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0 \\ \partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \partial_t(\rho \mathbf{v}) + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla p = \rho \mathbf{g} + \operatorname{div}(\mathbf{s}(p_f)) \\ \partial_t p_f + \mathbf{v} \cdot \nabla p_f - \kappa \Delta p_f = 0 \end{cases}$$

Équations du modèle

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0 \\ \partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \partial_t(\rho \mathbf{v}) + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla p = \rho \mathbf{g} + \operatorname{div}(\mathfrak{s}(\mathbf{p}_f)) \\ \partial_t \mathbf{p}_f + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{p}_f - \kappa \Delta \mathbf{p}_f = 0 \end{cases}$$

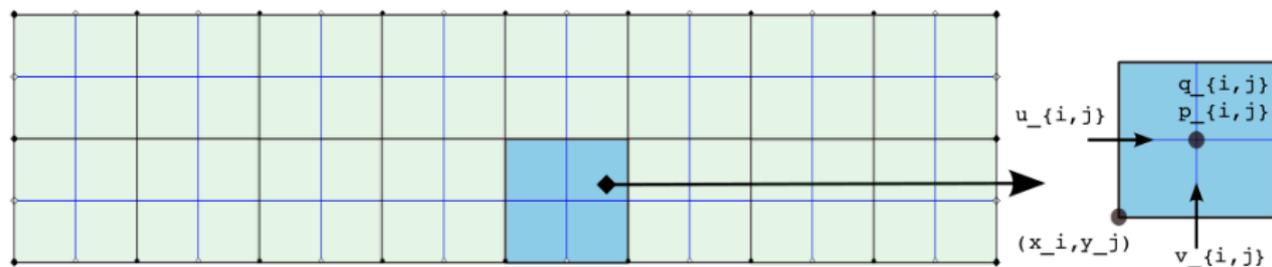
où

$$\begin{cases} \mathfrak{s}(\mathbf{p}_f) = \left(\frac{\tau_y(\mathbf{p}_f)}{|\mathbf{D}\mathbf{u}|} + 2\mu(\mathbf{p}_f) \right) \mathbf{D}\mathbf{u} & \text{si } \mathbf{D}\mathbf{u} \neq 0, \\ |\mathfrak{s}(\mathbf{p}_f)| \leq \tau_y(\mathbf{p}_f) & \text{sinon.} \end{cases}$$

A photograph of a volcanic eruption. A massive, dark grey plume of ash and smoke rises from a conical volcano, filling much of the sky. The plume has a cauliflower-like texture. The volcano's slopes are visible, showing some green vegetation at the base. The sky is a pale blue with some wispy clouds. In the foreground, there are silhouettes of trees and a dark landscape.

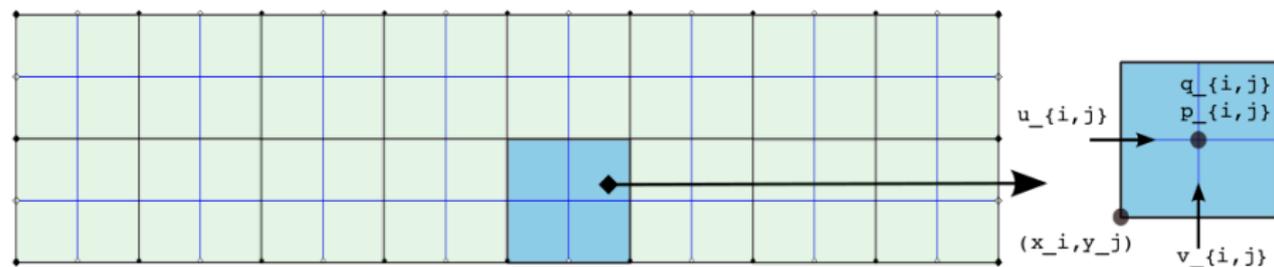
2 Stratégie numérique

Méthode numérique



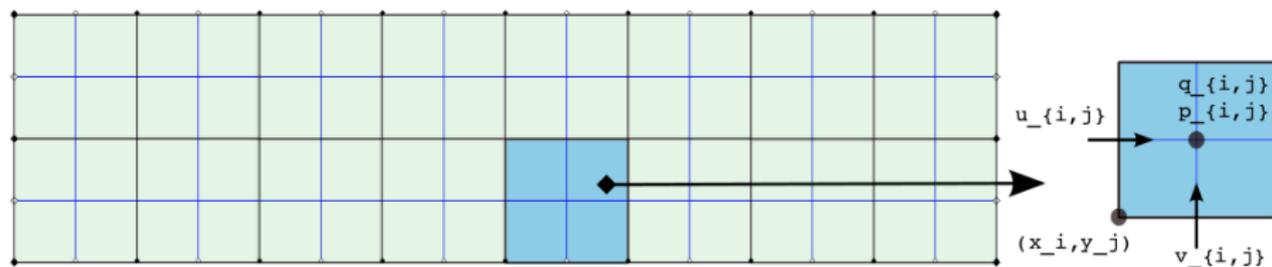
- Maillage cartésien.

Méthode numérique



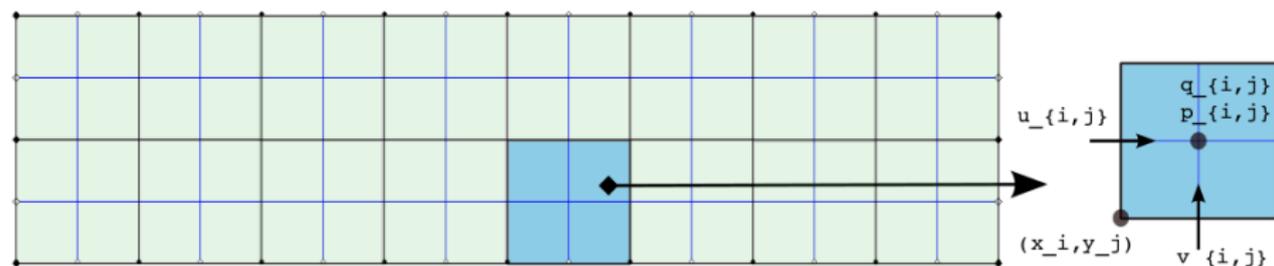
- Maillage cartésien.
- Différences finies en temps (schéma d'ordre 2).

Méthode numérique



- Maillage cartésien.
- Différences finies en temps (schéma d'ordre 2).
- Volumes finis en espace.

Méthode numérique



- Maillage cartésien.
- Différences finies en temps (schéma d'ordre 2).
- Volumes finis en espace.
- Résolution de systèmes linéaires par pré-conditionnement.

Des équations au système linéaire

- À chaque pas de temps on résout un système linéaire dont la taille dépend du nombre de mailles.

Des équations au système linéaire

- À chaque pas de temps on résout un système linéaire dont la taille dépend du nombre de mailles.
- Sur chaque maille on intègre les équations du système et on approche les quantités continues par des valeurs moyennes.

Des équations au système linéaire

- À chaque pas de temps on résout un système linéaire dont la taille dépend du nombre de mailles.
- Sur chaque maille on intègre les équations du système et on approche les quantités continues par des valeurs moyennes.

Exemple

$$\Delta v (= \partial_{x,x} v + \partial_{y,y} v) = \rho g$$

↓

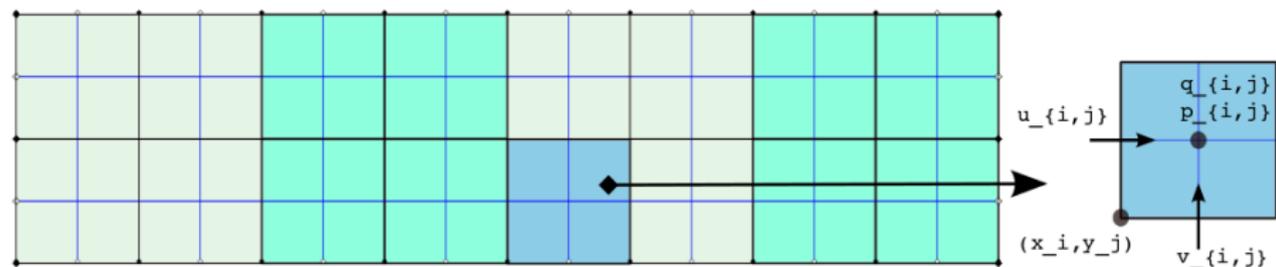
$$\forall i,j \quad \frac{v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j}}{\delta x^2} + \frac{v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}}{\delta y^2} = \frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i,j}}{2} g$$

↓

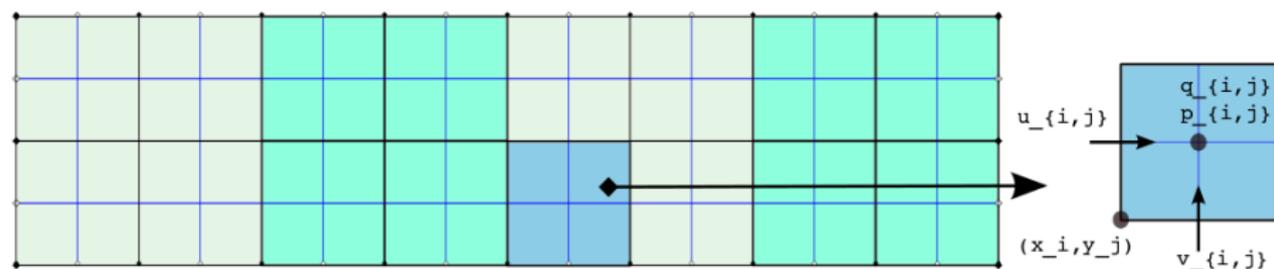
$$\begin{aligned} \forall i,j \quad \frac{1}{\delta y^2} v_{i,j-1} + \frac{1}{\delta x^2} v_{i-1,j} - \left(\frac{2}{\delta x^2} + \frac{2}{\delta y^2} \right) v_{i,j} + \frac{1}{\delta x^2} v_{i+1,j} + \frac{1}{\delta y^2} v_{i,j+1} \\ = \frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i,j}}{2} g \end{aligned}$$

Résultats

Outils de calcul parallèle : PETSc-MPI & Fortran 90.

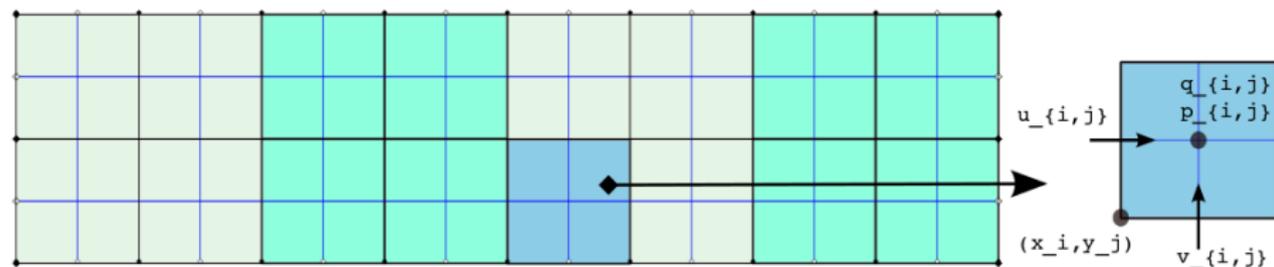


Outils de calcul parallèle : PETSc-MPI & Fortran 90.



- La seule opération non-locale est la résolution du système linéaire.

Outils de calcul parallèle : PETSc-MPI & Fortran 90.



- La seule opération non-locale est la résolution du système linéaire.
- Dans la configuration de la simulation, en passant de 1 à 4 processeurs, on divise le temps de calcul par 1,72.



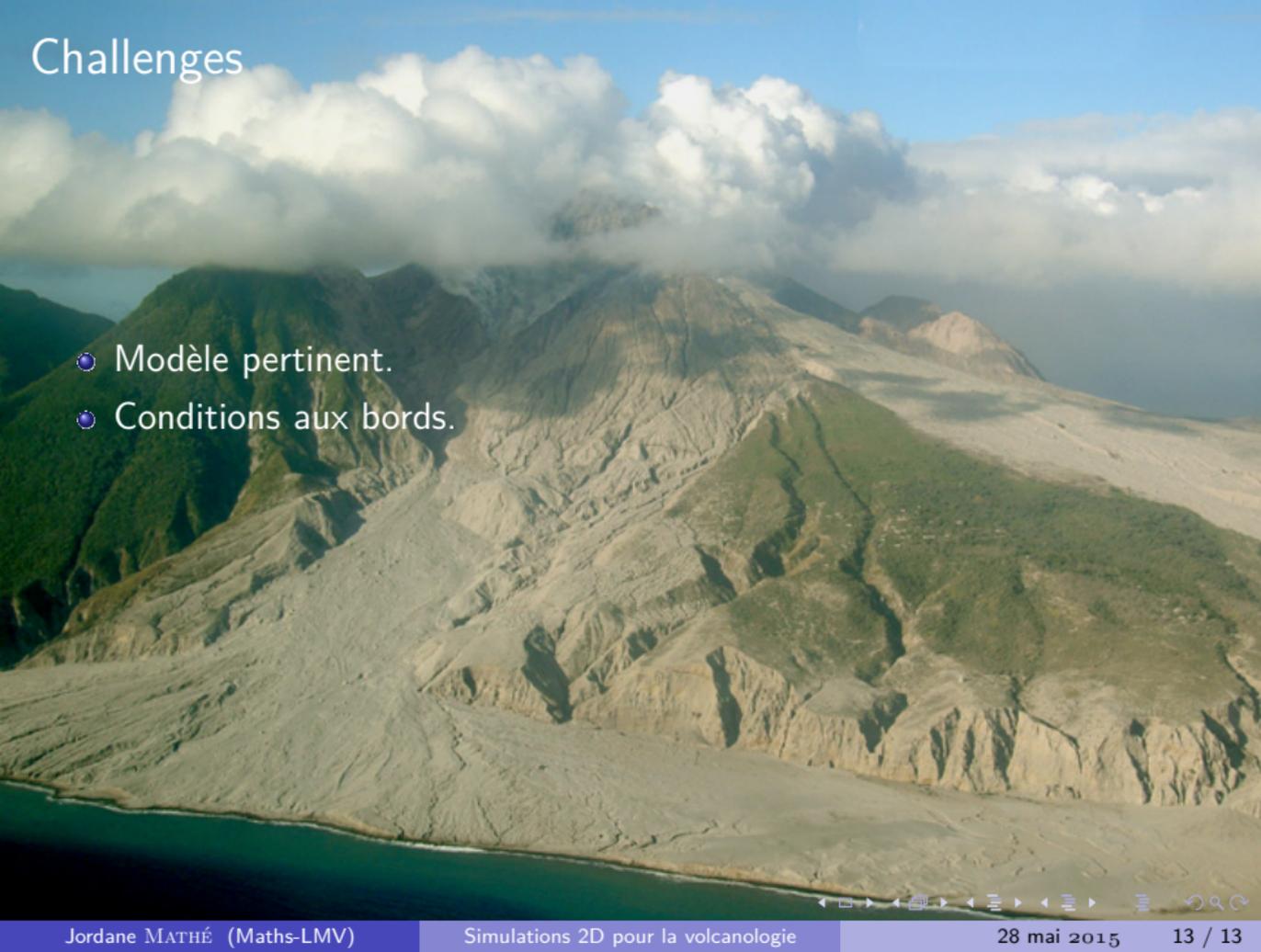
3 Challenges

Challenges

- Modèle pertinent.

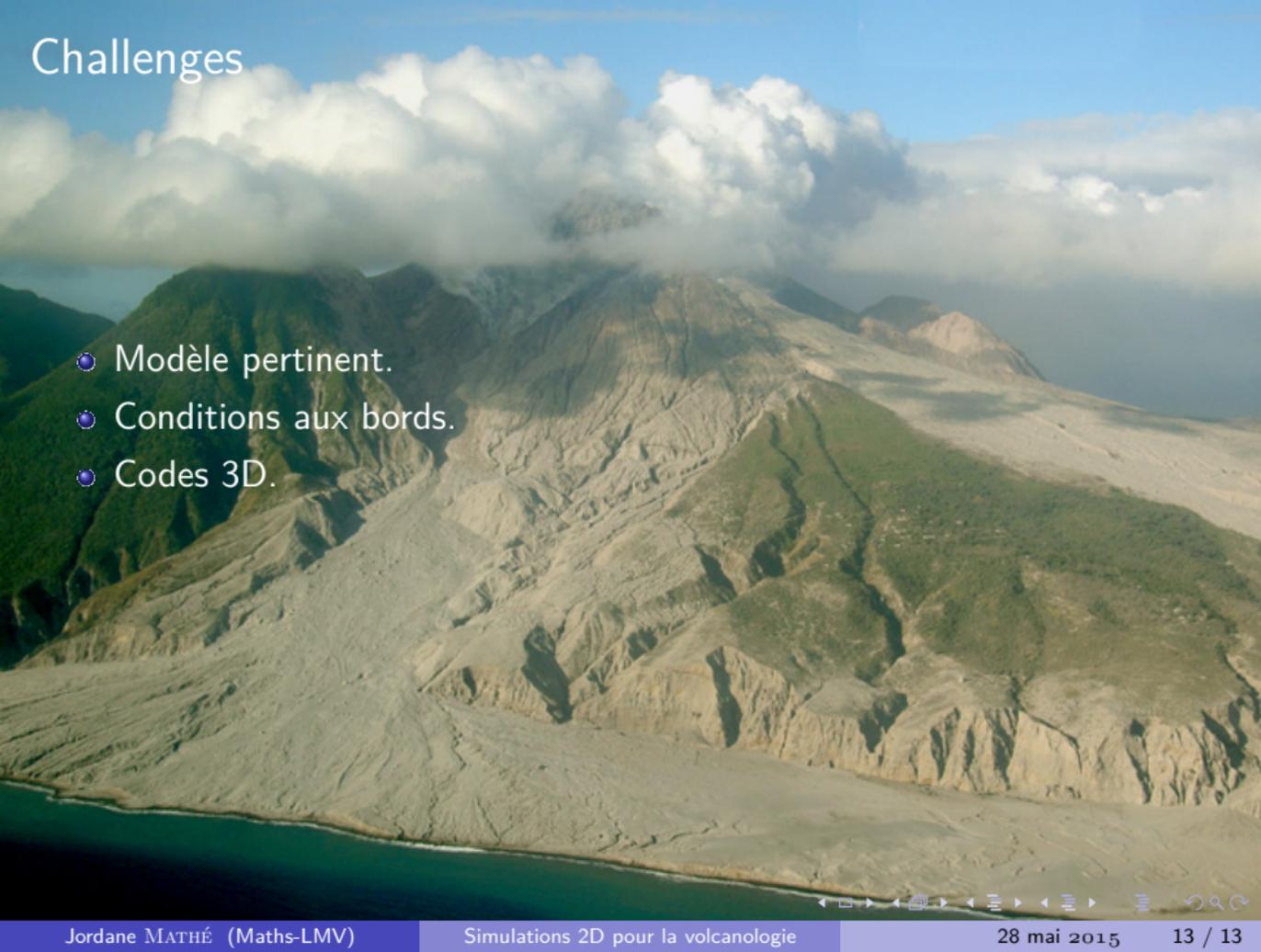


Challenges

An aerial photograph of a volcanic landscape. In the center, a large, conical ash cone rises, its peak partially obscured by white clouds. The slopes of the volcano are covered in grey ash and scree, with some green vegetation on the lower slopes. The foreground shows a dark, rocky terrain leading down to a dark blue body of water, likely the ocean. The sky is bright blue with scattered white clouds.

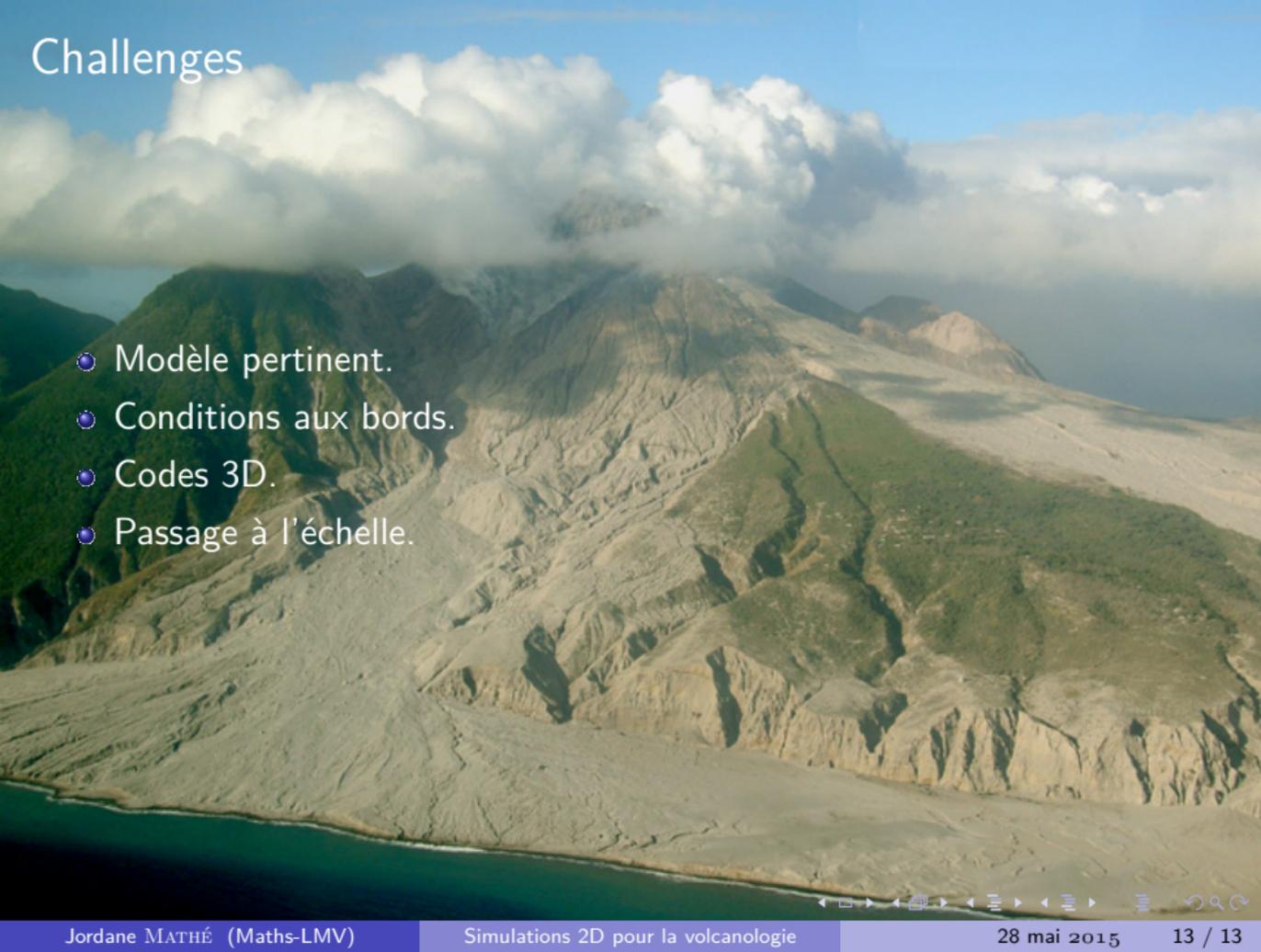
- Modèle pertinent.
- Conditions aux bords.

Challenges

An aerial photograph of a volcanic landscape. In the center, a large, conical volcano with a grey ash cone rises above a layer of white clouds. The surrounding terrain is a mix of grey ash-covered slopes and green forested areas. The foreground shows a dark, calm body of water, likely a lake or a bay, bordering the volcanic ash field.

- Modèle pertinent.
- Conditions aux bords.
- Codes 3D.

Challenges

An aerial photograph of a volcanic landscape. In the center, a large, conical ash cone rises, its peak partially obscured by white clouds. The slopes of the volcano are covered in grey ash and scree, with some green vegetation on the lower slopes. The foreground shows a dark, rocky terrain leading down to a body of water. The sky is blue with scattered white clouds.

- Modèle pertinent.
- Conditions aux bords.
- Codes 3D.
- Passage à l'échelle.